MANUAL DE ESTUDIO · SISTEMAS ROBÓTICOS

Exactitud, repetibilidad y planificación de trayectorias

Capítulo 05 · En el video: **minuto 1:01:05** · Duración 15:12

Objetivo. Medir la exactitud y la repetibilidad de un robot y generar trayectorias suaves para sus articulaciones.

Ideas clave

Resolución, exactitud y repetibilidad

La resolución es el menor paso que el control puede ordenar. La exactitud (AP) es la distancia entre la pose ordenada y el promedio de las alcanzadas; la repetibilidad (RP) es el radio de la nube de llegadas: $\mathrm{RP} = \bar{l} + 3 \cdot S_l$.

Un robot suele repetir mucho mejor de lo que acierta.

Fuentes de error

Flexión elástica de eslabones y reductores bajo carga, juego (holgura), histéresis, dilatación térmica y errores de los parámetros geométricos. La calibración corrige los sistemáticos; los aleatorios fijan la repetibilidad.

Marcos y calibración del TCP

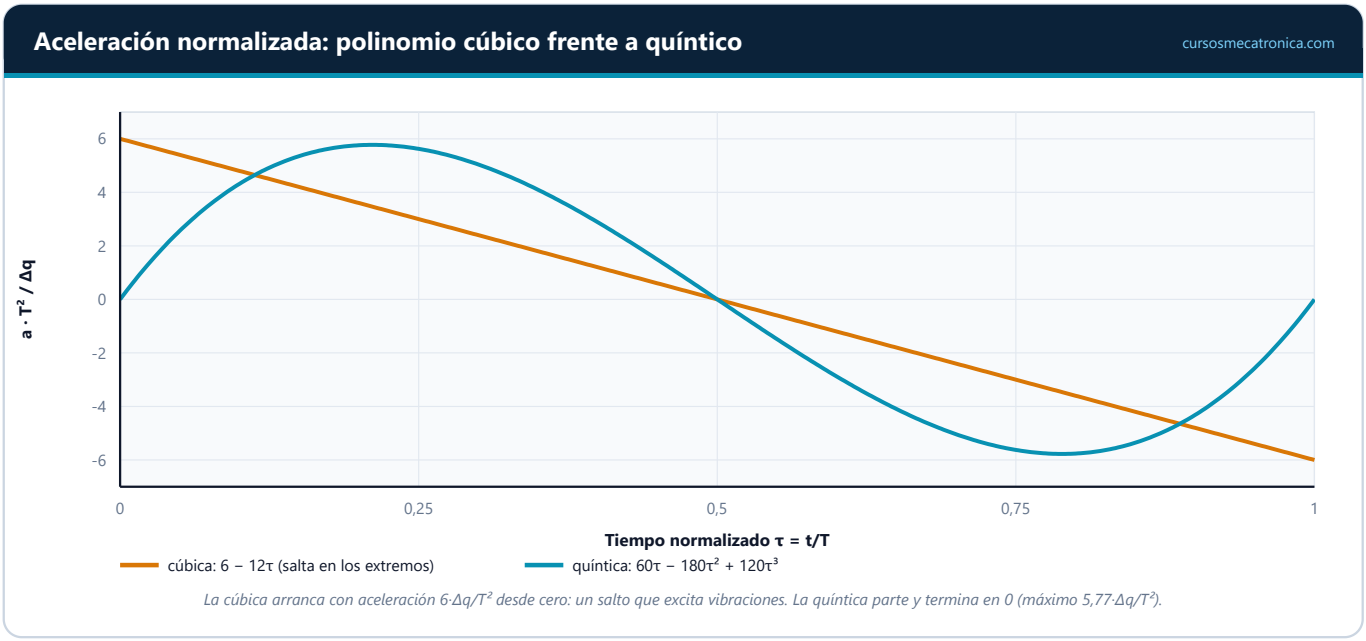
Mundo, base del robot, herramienta y objeto de trabajo. El método de cuatro puntos lleva la punta de la herramienta al mismo punto con cuatro orientaciones distintas y resuelve dónde está el TCP respecto de la brida.

PTP frente a trayectoria continua

En punto a punto cada eje llega cuando puede y el camino del TCP no está definido: es lo más rápido. En movimiento lineal o circular el TCP sigue una recta o un arco: hace falta para soldar o sellar.

Polinomios y perfiles

Un cúbico fija posición y velocidad en los extremos, pero la aceleración salta. El quíntico agrega aceleración nula al inicio y al final. En la industria se usan perfiles trapezoidales (aceleración, crucero, frenado) y curvas S, que limitan la sacudida (jerk) y evitan vibraciones.



Comparación de interpoladores del capítulo 05.

Rutas libres de colisión

Los obstáculos se representan en el espacio de configuraciones; se buscan caminos con campos de potencial, búsqueda en grafos o muestreo aleatorio (RRT*).

Fórmulas y relaciones

Relación	Expresión	Cómo leerla
Exactitud de posición	$AP = \lVert \bar{p} - p_{ordenada} \rVert$	$\bar{p}$: baricentro de las llegadas.
Repetibilidad	$RP = \bar{l} + 3 \cdot S_l$	l: distancias al baricentro.
Quíntica	$q = q_0 + \Delta q \cdot (10\tau^3 - 15\tau^4 + 6\tau^5)$	τ = t/T.
Máximos de la quíntica	$v_{máx} = 1{,}875 \cdot \Delta q/T$; $a_{máx} = 5{,}774 \cdot \Delta q/T^2$	v en τ = 0,5.
Trapezoidal	$T = \Delta q/v + v/a$ (si $\Delta q \geq v^2/a$)	Si no, $T = 2\sqrt{(\Delta q/a)}$.

Ejemplo resuelto: ensayo ISO 9283 con 10 llegadas

1. Pose ordenada (800; 0; 600) mm; diez llegadas medidas con láser tracker.
2. Baricentro: (800,217; 0,131; 599,931) mm.
3. $AP = \sqrt{(0{,}217^2 + 0{,}131^2 + 0{,}069^2)} = 0{,}263$ mm.
4. Distancias al baricentro: media más tres desviaciones → $RP = 0{,}067$ mm.

El robot repite a ±0,07 mm pero acierta a 0,26 mm: conviene programar por enseñanza o calibrar. iso9283_y_trayectorias.py también genera una quíntica de 0 a 90° en 1,5 s (v máx 112,5 °/s, a máx 230,9 °/s²).

Perfiles de movimiento

Perfil	Continuo en	Ventaja	Inconveniente
Cúbico	Posición y velocidad	Simple	Saltos de aceleración
Quíntico	Hasta la aceleración	Suave	Pico de velocidad 1,875·Δq/T
Trapezoidal	Velocidad	Tiempo mínimo con v y a limitadas	Sacudida infinita en los quiebres
Curva S	Aceleración (jerk limitado)	Sin vibraciones	Algo más lento

Código del capítulo

Los archivos completos vienen en el paquete ZIP del capítulo (carpeta `codigo/`).

iso9283_y_trayectorias.py — exactitud y repetibilidad ISO 9283, quíntica a 1 kHz y tiempo de un perfil trapezoidal.

```
"""
iso9283_y_trayectorias.py — Capítulo 05: exactitud y repetibilidad de posición (ISO 9283),
interpolación quíntica a 1 kHz y perfil trapezoidal.
"""
import math

# Pose ordenada y 10 llegadas medidas con un láser tracker (mm)
ORDENADA = (800.0, 0.0, 600.0)
MEDIDAS = [
    (800.21, 0.12, 599.93), (800.24, 0.15, 599.95), (800.19, 0.10, 599.91),
    (800.23, 0.13, 599.94), (800.20, 0.16, 599.92), (800.25, 0.11, 599.96),
    (800.22, 0.14, 599.90), (800.18, 0.12, 599.93), (800.24, 0.13, 599.95),
    (800.21, 0.15, 599.92),
]


def iso9283(ordenada, medidas):
    n = len(medidas)
    media = [sum(p[k] for p in medidas) / n for k in range(3)]
    ap = math.dist(media, ordenada)
    l = [math.dist(p, media) for p in medidas]
    lm = sum(l) / n
    s = math.sqrt(sum((x - lm) ** 2 for x in l) / (n - 1))
    return ap, lm + 3 * s, media


def quintica(q0, qf, T, t):
    """Reposo a reposo: posición, velocidad y aceleración (τ = t/T)."""
    d, tau = qf - q0, t / T
    q = q0 + d * (10 * tau ** 3 - 15 * tau ** 4 + 6 * tau ** 5)
    v = d / T * (30 * tau ** 2 - 60 * tau ** 3 + 30 * tau ** 4)
    a = d / T ** 2 * (60 * tau - 180 * tau ** 2 + 120 * tau ** 3)
    return q, v, a


def tiempo_trapezoidal(dist, vmax, amax):
    """Devuelve el tiempo total y si alcanza la velocidad de crucero."""
    if dist >= vmax ** 2 / amax:
        return dist / vmax + vmax / amax, True
    return 2 * math.sqrt(dist / amax), False


if __name__ == '__main__':
    ap, rp, media = iso9283(ORDENADA, MEDIDAS)
    print(f'Baricentro: ({media[0]:.3f}, {media[1]:.3f}, {media[2]:.3f}) mm')
    print(f'Exactitud AP = {ap:.3f} mm   Repetibilidad RP = {rp:.3f} mm')
```

```
q0, qf, T = 0.0, 90.0, 1.5               # grados, segundos
muestras = [quintica(q0, qf, T, k / 1000) for k in range(int(T * 1000) + 1)]
vmax = max(abs(m[1]) for m in muestras)
amax = max(abs(m[2]) for m in muestras)
print(f'\nQuíntica 0° -> 90° en 1,5 s ({len(muestras)} consignas a 1 kHz):')
print(f'  v máx = {vmax:.2f} °/s (teórico 1,875·Δ/T = {1.875 * 90 / 1.5:.2f})')
print(f'  a máx = {amax:.2f} °/s² (teórico 5,774·Δ/T² = {5.7735 * 90 / 1.5 ** 2:.2f})')
print(f'  q(0,75 s) = {quintica(q0, qf, T, 0.75)[0]:.2f}°')

for dist in (90.0, 20.0):
    t, crucero = tiempo_trapezoidal(dist, vmax=120.0, amax=400.0)
    print(f'Trapezoidal {dist:.0f}° (120 °/s, 400 °/s²): {t:.3f} s'
          f' {"con" if crucero else "sin"} tramo de crucero')
```

Errores frecuentes

- Confundir exactitud con repetibilidad.
- Generar trayectorias con aceleración discontinua y culpar después al lazo de control por las vibraciones.
- Usar PTP donde el TCP debe seguir una línea.

Autoevaluación

1. ¿Cuál suele ser mejor en un robot, la exactitud o la repetibilidad?
2. ¿Qué condiciones agrega la quíntica a la cúbica?
3. ¿Cuánto tarda un trapezoidal de 20° con 120 °/s y 400 °/s^2?

Respuestas. 1. La repetibilidad. **2.** Aceleración nula al inicio y al final. **3.** 0,447 s, sin tramo de crucero.